

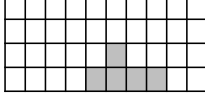
Bir serideki verilerin hangi değerler etrafında (ortalama, mod, medyan) dağıldıklarını bilmek o veri grubu hakkında önemli bir bilgidir. Fakat verileri tanımlamaya yetmez. Verilerin hangi aralıklarda nasıl bir dağılım gösterdikleri de önemli bir bilgidir.

Örnek: (Baykul, 1996, s.113) A öğrencisinin bir derse ait notları 5,6,6,7 ve 8 dir. B öğrencisinin aynı derse ait notları da 2,5,8,8, ve 9 olsun. Bu iki öğrenciye ait notların aritmetik ortalamaları 6,4 dür. Ancak aşağıda frekans grafikleri incelendiğinde görülür ki A öğrencisinin notları ortalamaya daha yakın bir dağılım göstermekteyken öğrencisinin notları daha dağınıktır. Eğer notlar sırasıyla alınmış notlar ise başlangıç seviyeleri çok farklı olmasına rağmen B öğrencisi daha büyük sıçramalarla sonraki sınavlarda A öğrencisini yakalamıştır diyebiliriz. Görüldüğü gibi bazen ortalamalar tek başlarına anlamlı olmayabilir, dağılımda önemli bilgiler içerebilir.

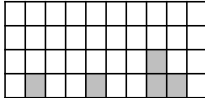
### DAĞILIM ÖLÇÜLERİ

Matematik dersinde öğretmenin yaptığı 5 sınavda 2 öğrencinin aldığı notlar aşağıdadır. Hangi öğrenci daha başarılıdır?

A Öğrencisi:



B Öğrencisi:



Aritmetik ortalama başarının gerçek göstergesidir. Aritmetik ortalamalar eşit olduğunda dağılım da başarı hakkında bilgi verir.

DAĞILIM ÖLÇÜLERİ:

- RANJ - SAPMA - STANDART SAPMA
- VARYANS - BAĞIL DEĞİŞKENLİK
- ÇARPIKLIK

SAPMA: Bir puanın aritmetik ortalamadan farkı yani ne kadar saptığıdır.

STANDART SAPMA (s): Sınıf için ortalama bir sapma değeridir. Tüm öğrencilerin aritmetik ortalamadan ortalama sapmasıdır.

X	Ort	Sapma	Karesi
3	6	-3	9
5	6	-1	1
6	6	0	0
7	6	1	1
9	6	3	9
Toplam			20-1/5= 4
			Karekök

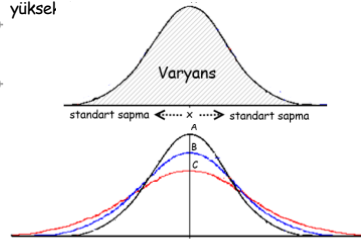
Standart Sapma yüksekse:

- Test bileni bilmeyenden ayırt etmiştir
- Öğrenciler ölçülen özellik bakımından birbirinden farklıdır yani heterojendir diyebiliriz.
- Ranj, Varyans, bağıl değişkenlik yüksektir.
- Aritmetik ortalamaları eşit ise;
- Test zor gelmiş
- Öğrenciler başarısız olmuştur

### VARYANS (s<sup>2</sup>)

Standart sapmanın karesidir. Dağılımın genişliğini gösterir. Daha çok dağılım alanıyla ilgili bilgi verir.

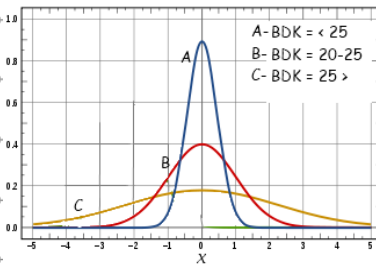
Ranj, Standart Sapma ve Varyans arasında pozitif korrelasyon vardır. Biri yüksekse diğerleri de yüksek



### BAĞIL DEĞİŞKENLİK KATSAYISI

Dağılımın dik, normal yada basık olup olmadığını belirleyen ölçüdür.

$$BDK = \frac{s}{X} \cdot 100$$



Ranj, Standart Sapma, Varyans ve Bağıl Değişkenlik katsayısı arasında pozitif korrelasyon vardır. Biri yüksekse diğerleri de yüksektir.

### ÇARPIKLIK

Çarpıklık katsayısı, dağılımın sağa, sola çarpık yada normal simetrik olup olmadığının bir göstergesidir.

$$\text{Çarpıklık} = \frac{3 \cdot (\text{Arit.ort} - \text{Ortanca})}{\text{Standart Sapma}}$$

Formülde anlaşılacağı gibi ortanca aritmetik ortalamadan büyükse sonuç ' > ' küçükse sonuç < ' <math>\text{Ortanca} < \text{Arit. Ort.}</math> Çarpıklık pozitif Başarısız

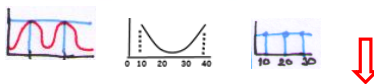
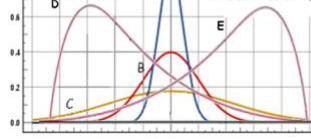


Ortanca > Arit. Ort. Çarpıklık negatif Başarılı



### TÜM DAĞILIMLAR

D - Çarpıklık Pozitif Başarısız-Zor A-BDK = < 25 DİK  
E - Çarpıklık Negatif Başarılı-Kolay B-BDK = 20-25 NORMAL  
C-BDK = > 25 BASIK



## Ranj

Ranj daha öncede söylediğimiz gibi dizi genişliğidir. Yani notların hangi aralıkta dağıldığının ölçüsüdür. İlkel serilerde en büyük puandan en küçük puanı çıkararak hesaplanır. Gruplanmış serilerde ise en üst grup orta değeri ile en alt grup orta değeri birbirinden çıkarılarak hesaplanabilir. Bazı bilim adamları ise en üst grubun üst sınırı ile

en alt grubun alt sınırı arasındaki farkı alarak gruplanmış serilerde ranj hesabı da yapmaktadır.

### Sapma (Kayma)

Sapma bir seri puan içerisinde bir puanın aritmetik ortalamadan farkıdır.  $(X - \bar{X})$  şeklinde formüle edilebilir. Yani Aritmetik ortalaması 60 olan bir serideki "48" verisinin (puan) sapması "-12" dir. Sapma bir bireysel puanın ortalamadan farkıdır ve genelde tek başına sapma çok işe yaramaz, asıl olan seriyi ve serideki tüm verileri temsil edecek bir sapma değeridir. Seriyi veya serideki tüm verileri temsil edecek sapma değeri için 2 farklı ölçü vardır. Bunlardan birincisi ortalama sapma (mutlak sapma) diğeri de standart sapmadır. Ayrıca seri için bir kısmı sapma değeri veren çeyrek sapma (kartil), ondalık sapma (desil), ve yüzdelik sapmadan (persentil) bahsedilebilir.

### Ortalama Sapma (Ortalama Kayma)

Ortalama sapma tüm notların ortalamadan farklarının mutlak toplamının not sayısına bölümüdür. Normal şartlarda tüm notların ortalamadan farklarının toplamı "0" dır. Ancak mutlak toplamdan bahsederken "-" veya "+" değerleri dikkate almadan sanki hepsi pozitif birer sayıymış gibi davranıyoruz. Bu şekilde alınan sapma toplamının (mutlak toplam) not sayısına bölümü seriyi temsil eden ortalama bir (mutlak) sapma değeri verir. Bu değere "Ortalama Sapma" diyoruz. Ortancaya göre de ortalama sapma hesaplanabilir. Burada yapılması gereken ise her puandan aritmetik ortalamanın farkını değil ortancanın farkını alıp, tüm bu farkların mutlak toplamını puan sayısına bölmektir.

Örnek: Aşağıda verilen dizi için ortalama sapmayı ortalama göre hesaplayalım.

	X	-	X	=	Sapma	M.Sapma
	40	-	46	=	-6	[6]
	43	-	46	=	-3	[3]
	43	-	46	=	-3	[3]
	44	-	46	=	-2	[2]
	47	-	46	=	1	[1]
	47	-	46	=	1	[1]
	48	-	46	=	2	[2]
	49	-	46	=	3	[3]
	49	-	46	=	3	[3]
	50	-	46	=	4	[4]
$\Sigma$	460				0	28
N	10					10
$\bar{X}$	46				O.S=	2,8

### Standart Sapma (Kayma, $S = \sigma$ )

Standart sapma dağılım ölçütlerinden en önemlisidir. Bir dizi puan için standart bir sapma veya kayma değeri verir. Ortalama sapmaya benzer bir işlev yerine getirir ancak

çok daha hassas ve doğru bir sapma değeridir. Standart sapma tüm puanların aritmetik ortalamadan farklarının karelerinin toplamının öğrenci sayısının bir eksiğine bölümünün kare köküdür.

$$S.Sapma = \sqrt{\frac{\sum (X-\bar{X})^2}{N-1}} \quad \text{veya} \quad S.Sapma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N-1}} \quad (\text{Bu formüldeki küçük "x" sapma anlamına gelmektedir. Yani her puanın ortalamadan farkı})$$

Örnek: Aşağıda verilen dizi için standart sapmayı ortalamaya göre hesaplayalım.

X	-	X	=	Sapma	x2
40	-	46	=	-6	36
43	-	46	=	-3	9
43	-	46	=	-3	9
44	-	46	=	-2	4
47	-	46	=	1	1
47	-	46	=	1	1
48	-	46	=	2	4
49	-	46	=	3	9
49	-	46	=	3	9
50	-	46	=	4	16
$\Sigma$	460			0	98
N	10				10
X	46				
				S.Sapma	3,13

## Kantiller

Kantiler dağılım ölçüleridir. Ancak hesaplama şekilleri aynı ortancaya benzer. Bilindiği gibi ortanca küçükten büyüğe sıraya dizilmiş verilerde tam ortaya düşen değerdir. Bunun gibi bir seriyi, 4'e, 10'a ve yüze bölen değerlere kartil, Desil ve Persentil diyoruz.

Bir seriyi 4 eşit parçaya bölen değere, **KARTİL** (Bir seride 3 kartil değeri vardır seriyi 4 eşit parçaya böler ve " $N/4.qX$ " şeklinde hesaplanır)

Bir seriyi 10 eşit parçaya bölen değere, **DESİL** (Bir seride 9 kartil değeri vardır seriyi 10 eşit parçaya böler ve " $N/10.qX$ " şeklinde hesaplanır)

Bir seriyi 100 eşit parçaya bölen değere, **PERSENTİL** (Bir seride 99 kartil değeri vardır seriyi 100 eşit parçaya böler ve " $N/100.qX$ " şeklinde hesaplanır)

## Varyans (s2)

Varyansa dağılım katsayısı demek mümkündür. Bir tür dağınlık derecesi ifade eder. Varyans yukarıda hesapladığımız standart sapma değerlerinin karesidir. ( $s^2$ ) ile gösterilir. Standart sapma büyükse varyans ta göreceli ve katlı büyük olur. Standart sapmanın büyük olması notların ortalamadan dağınlık olması anlamına gelir. Ortalamaları aynı standart sapmaları ve dolayısıyla varyansları farklı serilerin dağılımları aşağıdaki gibidir.

