

Bir ortalamanın normalliği veya iki ortalama arasındaki farkların anlamlılığını belirlemek için "t" ve "z" test puanlarını kullanabiliriz.

BİR ORTALAMANIN EVRENDEN FARKI

Elimizde bir dizi puan veya tek bir dağılım olduğunda bu dağılımın normal bir dağılım olup olmadığını görmek istersek tek örnek "t" testi kullanabiliriz.

Örnek 1: ilkokul birinci sınıf sonu itibarıyla bir öğrencinin dakikada ortalama 25 kelime okuduğu bilinmektedir. Yapılan bir araştırma neticesinde birinci sınıfı bitiren 5 öğrencinin bir dakikada okudukları kelime sayısı 27 olarak hesaplanmıştır ve standart sapması 1.58'dir. Acaba bu sonuçlara bakılarak okuma hızının ortalama 25 kelimenin üstüne çıktığı söylenebilir mi?

Bu örnekte evren, ilkokul birinci sınıfı bitiren tüm öğrenciler. Evren ortalaması $\mu = 25$ 'dir. Seçilen 5 kişilik örnek öğrenci grubunun dakikada okudukları kelime sayısı 27 ve standart sapması 1.58'dir. Araştırma sorusu ise örnek grubun hesaplanan okuma hızı genel okuma hızının yükseldiğinin bir göstergesi midir. Yani bir fark meydana gelmiş midir?

(Tek grup, ortalaması 27, standart sapması 1,58 Evren ortalaması 25, n=5)

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n-1}}$$

$$T = \frac{27 - 25}{1,58 / \sqrt{5-1}}$$

$$T = \frac{2}{0,79}$$

$$T = 2,532$$

Elde edilen "T" değeri (n-1) serbestlik derecesi için p=0.05 için "T"nin tablo değeri ile karşılaştırılır. Ttab= 2.132 dir. Böylece elde ettiğimiz "T" değeri tablo değerinden büyük ise farkın anlamlı bir fark olduğunu söyleyebiliriz. Dolayısıyla çocukların okuma hızlarının ortalama 25 kelimenin üstüne çıktığı söylenebilir.

Örnek 2: Eğitim Fakültesi mezunlarının mezuniyet derecelerinin normal dağıldığı ortalamasını yüz üzerinden 70 olduğu ve varyansının ise 36 puan olduğu bilinmektedir. 2000 yılı mezunları arasından seçilen 36 kişinin mezuniyet ortalaması 68,5

puan olduğu gözlenmiştir. Acaba söz konusu fakülte mezunlarının mezuniyet ortalamasının 70 puanın altına düştüğü söylenebilir mi?

Bu örnekte eğitim fakültesi mezunları evreni (yığın) oluşturmaktadır. Evrene ait ortalama ve varyans bilinmektedir. Aynı evrenden rasgele seçilmiş bir grup öğrencinin verilerinin evrenin verileri ile anlamlı bir farklılık gösterip göstermediği sorgulanmaktadır.

"Eğitim Fakültesi mezunlarının mezuniyet derecelerinin normal dağıldığı ortalamasını yüz üzerinden 70 olduğu ve varyansının ise 36 puan olduğu bilinmektedir. 2000 yılı mezunları arasından seçilen 36 kişinin mezuniyet ortalaması 68,5 puan olduğu gözlenmiştir. Acaba söz konusu fakülte mezunlarının mezuniyet ortalamasının 70 puanın altına düştüğü söylenebilir mi?"

(Tek grup, ortalaması 68,5 varyansı veya standart sapması belli değil, n=36; evren ortalaması 70, varyansı 36) Örnek standart sapması belli değil ancak normal dağıldığı varsayılıyorsa ve öğrenci sayısı 30'un üzerindeyse evrenin varyansı ve standart sapması örneğin varyansına ve standart sapmasına eşit kabul edilebilir.

İKİ ORTALAMA ARASI FARK ANALİZİ: Bağımsız Örneklemeler "t" testi:

İki ortalama arası fark bağımsız örnekler, yığın varyansları biliniyor ve farklı.

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

Örnek 3. Varyansı 40 olan ve normal dağılmış bir yığından çekilen 100 birimlik tesadüf örneğinin ortalaması 38,3'dür. Bir başka normal dağılmış ve varyansı 30 olan yığından çekilen 80 birimlik tesadüf örneğinin ortalaması 40.1'dir. Yığın ortalamalarının birbirlerinden farklı olup olmadığını test ediniz.

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

$$T = \frac{38,3 - 40,1}{\sqrt{\frac{40}{100} + \frac{30}{80}}}$$

$$T = \frac{-1,8}{0,880}$$

$$T = -2,04$$

elde edilen $z = -2,04$ değeri $p = 0.05$ için Z tablo değeri olan $\pm 1,96$ ile karşılaştırıldığında daha büyük olduğu görülür. Bu farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu sonucunu doğurur. Daha çok bu tür örneklerle analiz yapmak durumunda kalırız. serbestlik derecesi " $n_1 + n_2 - 2$ " dir..

Örnek 4: İstanbul teşkilatında çalışan polisler içerisinde rasgele seçilen 7 polisin boylarının uzunluğunun ortalaması 177 cm varyansı 4 cm olarak hesaplanmıştır. Buna karşılık Ankara teşkilatında çalışan polisler içerisinde rasgele seçilen 10 polisin boylarının ortalaması 181.8 cm varyansı 5.51 cm olarak hesaplanmıştır. İstanbul polisinin Ankara polisinden daha uzun veya kısa olduğu söylenebilir mi?

Örnek 5: Bir ilkokulda kayıtlı birinci sınıf öğrencilerinin ağırlıklarının normal dağıldığı ve varyansının 23.04 kg olduğu bilinmektedir. Aynı okul ve sınıftan seçilen 121 erkek öğrencinin ağırlık ortalamasının 28 kg olduğu, buna karşın çekilen 100 kız öğrencinin ağırlık ortalamasının 27 kg olduğu gözlenmiştir. Erkek öğrencilerinin ağırlık ortalamasının kız öğrencilerin ağırlık ortalamasından fazla olduğu iddia edilebilir mi?

İKİ ORTALAMA ARASI FARK ANALİZİ: Bağımlı veya Eşleştirilmiş Örnekler "t" testi:

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\bar{\sigma} \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

İki ortalama arası fark müşterek yığın standart sapması bilinmiyorsa yığın standart sapması örnek varyanslardan faydalanılarak hesaplanır.

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

Örnek 6. 15 şehirde 1980 ve 1990 yıllarında işlenen suç kayıtları alınmış ve iki dönemdeki suç işleme oranlarında bir farklılık olup olmadığı test edilmek istenmektedir. (Ergün, 1995)

Ho=0: Söz konusu 15 şehirde 1980 ve 1990 yıllarındaki suç işleme oranları arasında bir fark yoktur.

Şehirler	1980	1990
A	1060	1480
B	920	1170
C	950	1060
D	420	750
E	1220	1680
F	610	690
G	2060	1770
H	470	1000
I	1510	1560
J	630	1010
K	580	340
L	220	290
M	1300	1200
N	200	270
O	380	590
n1=n2=15		
Toplam	12530	14860
Ortalama(X)	835,33	990,66
s	524	498
s ²	274576	248004
s	524	498

$$\sigma^2 = \frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$\sigma^2 = \frac{15,274576 + 15,248004}{15 + 15 - 2}$$

$$\sigma^2 = \frac{7838700}{28}$$

$$\sigma^2 = 279954$$

$$\sigma = 529$$

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sigma \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$T = \frac{835,33 - 990,66}{529 \sqrt{\frac{1}{15} + \frac{1}{15}}}$$

$$T = \frac{-155,33}{529 \sqrt{0,133}}$$

$$T = \frac{-155,33}{193,16}$$

$$T = -0,804$$

Elde edilen T değeri (n1+n2-2) serbestlik derecesi (sd) için 0.05 anlamlılık düzeyinde T'nin tablo değeri ile karşılaştırıldığında görülür ki elde ettiğimiz T değeri tablo değerinden daha küçüktür. Bu nedenle aralarındaki fark anlamlı değildir.

$T_E=0,804$ 'dür. $sd=28$ ve 0.05 anlamlılık düzeyinde $T_T= 1,701$ 'dir. $T_E < T_T$ olduğundan $H_0=0$ 'dir. Yani suç oranlarında istatistiksel olarak anlamlı bir artış olmamıştır.

Diğer Örnekler:

2. Bir makinede üretilen metal çubukların normal dağıldığı, ortalamasının 420 cm ve standart sapmasının 12 cm olduğu bilinmektedir.

Söz konusu makinede üretilmiş çubuklar içerisinde tesadüfi olarak çekilen 100 tanesinin ortalamasının 423 cm olduğu gözlenmiştir. Bu sonuçlara göre ilgili makinede üretilen çubukların ortalamasının hala 420 cm olduğu söylenebilir mi? (Çil, 1994)

3. X marka motor yağı üreticilerinin ürettikleri motor yağının ortalama 5000km dayandığını iddia etmektedirler. 64 ayrı denemenin sonucunda yağın dayanma gücü ile bazı gözlem sonuçları aşağıdadır.

$$\sum X_i = 316800$$

$$\sum (X_i - \bar{X})^2 = 7840000$$

Acaba yağın dayanma gücünde bir değişiklik meydana gelmiş denilebilir mi?

4.Eğitim Fakóltesi 2.sınıfında okuyan 130 öğrenciye Matematik dersinden test uygulanmıştır. 2.Sınıf öğrencileri A ve B diye iki řube halinde ayrılmıştır. A şubesinde 64 öğrenci B şubesinde 66 öğrenci bulunmaktadır.

A řubesi: $\sum X_i=3968$ $\sum (X_i-\bar{X})^2=5103$

B řubesi: $\sum X_i=4950$ $\sum (X_i-\bar{X})^2=4160$

Her iki öğrenci grubu aynı varyansa sahip normal dağımlı yığından çekilmiştir. B şubesinin test başarı ortalamasının A şubesinden daha iyi olduğu iddia edilmektedir. İddianın geçerliliğini test ediniz.