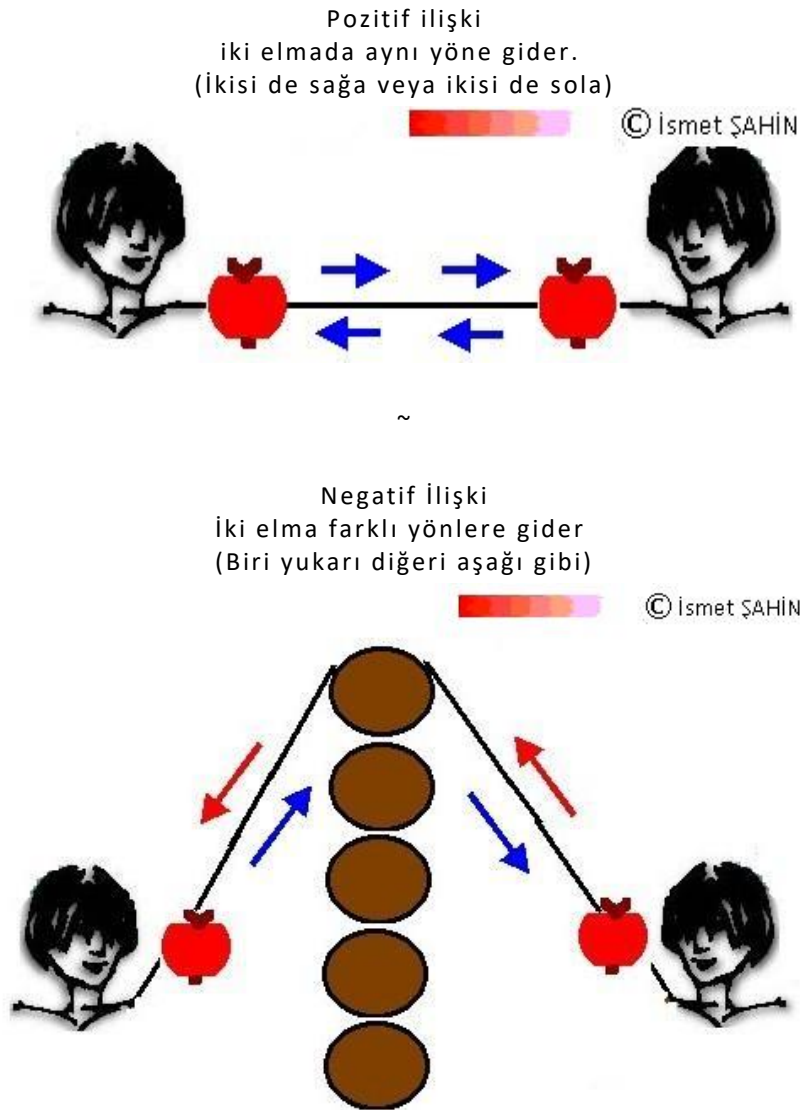


İlişki Katsayısı "Pearson çarpım momentleri korrelasyon katsayısı" veya "Spearman-Brown Sıra Farkları Korrelasyon Katsayısı" formülleriyle hesaplanır . İlişki katsayısının sembolü "r" dir. İlişki katsayısı "+1" ile "-1" arasında bir değer alır. "r= +1" mükemmel pozitif bir ilişkiyi anlatır. "r= -1" mükemmel negatif bir ilişkiyi anlatır. "r= 0" ise ilişki olmamasını ifade eder. İlişki iki şey arasında bir bağ olasıdır. Mükemmel pozitif bir ilişki iki şeyin mükemmel bir uyum içerisinde hareketini anlatır, yani biri yükselirken diğeri de aynı şekilde yükselir bir düşerken diğeri de düşer. Mükemmel negatif ilişki ise ters bir bağlantı anlatır yani biri düşerken diğeri yükselir, biri yükselirken diğeri düşer. Ters yönde hareket ederler.



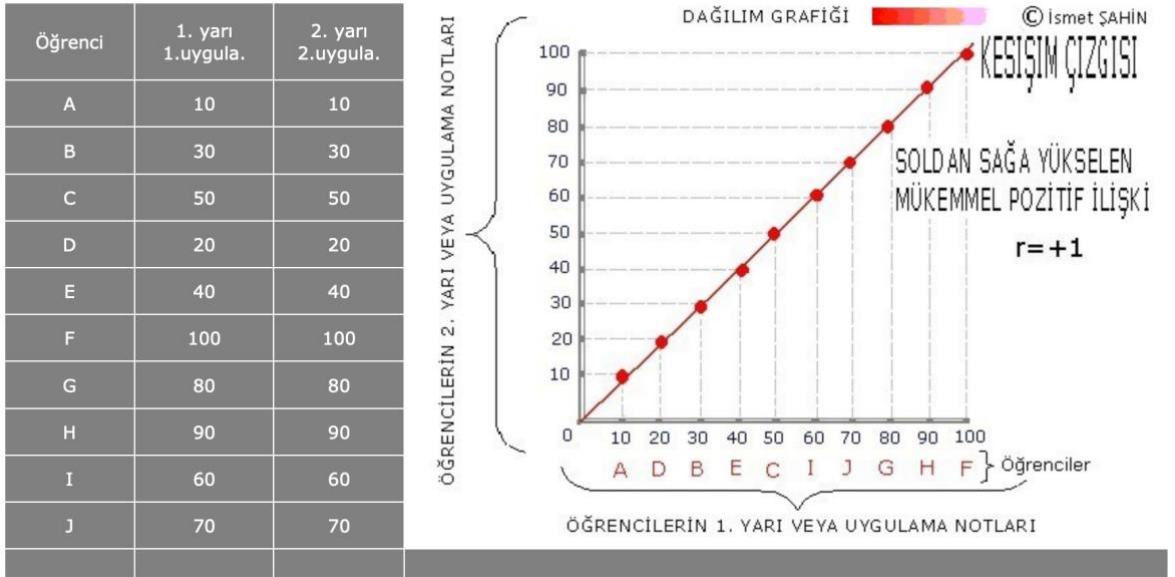
Hangi yöntem olursa olsun güvenilirliği hesaplamamızın belirli bir yolu ve formülü vardır. Her şeyden önce ister bir sınavı iki kez uygulayarak elde edilmiş olsun, ister biri standart diğeri bizim sınavımızdan elde edilmiş olsun isterse bir testin iki yarısından elde edilmiş olsun iki grup (dizi) puana ihtiyacımız vardır.

Hesaplamalara girmeden önce bir dağılım grafiği çizerek güvenilir olup olmama ihtimali görülebilir. Şayet güvenilir olma ihtimali yok veya zayıfsa hesaplama gerek kalmayabilir.

Dağılım grafiği

Şayet mükemmel güvenilir bir testimiz olsaydı, ister iki yarısı, ister standart bir testle karşılaştırarak, isterse iki kez uygulayarak elde edeceğimiz puanlar kesinlikle bir uyum içerisinde olmalıdır. Yani birinci yarıdan 50 alan bir öğrenci 2. yarıdan da 50, birinci yarıdan 10 alan bir öğrenci 2. yarıdan da 10 almalıdır. Bu durumda dağılım grafiği aşağıdaki gibi soldan sağa yükselen bir seyir izler. Tüm kesişim noktaları grafiği çapraz ortadan ikiye bölen doğrusal bir çizgi üzerinde yer alır. Bu durumda $r = +1$ dir.

Mükemmel Pozitif ilişki grafiği



Tam ters bir ilişki olsaydı (mükemmel negatif) aşağıdaki notlar olurdu, 1. uygulamadan 100 alan bir öğrenci 2. uygulamadan 0, 1. uygulamadan 90 alan bir öğrenci 2. uygulamadan 10 gibi ters değerler alırdı. Bu durumda ilişki grafiği aşağıdaki gibi pozitif grafiğin aksine soldan sağa alçalan bir seyir izler. Gene tüm kesişim noktaları grafiği çapraz ortadan ikiye bölen doğrusal bir çizgi üzerinde yer alır. Bu durumda ilişki katsayısı " $r = -1$ " dır.

Mükemmel negatif ilişki grafiği

| Öğrenci | 1. yarı 1.uygula. | 2. yarı 2.uygula. |
|---------|-------------------|-------------------|
| A | 0 | 100 |
| B | 20 | 80 |
| C | 40 | 60 |
| D | 10 | 90 |
| E | 40 | 60 |
| F | 100 | 0 |
| G | 80 | 20 |
| H | 90 | 10 |
| I | 60 | 40 |
| J | 70 | 30 |

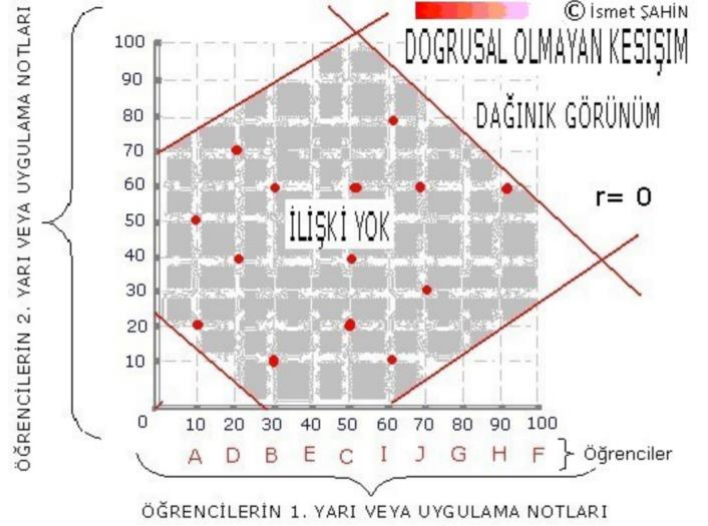


İlişki olmaması

İlişki olmaması kesişim noktalarının doğrusal bir yön izlemesi ve grafikte dağınık dairesel bir görüntü elde edilmesini anlatır. Aşağıda görüldüğü gibi kesişim noktaları ne bir doğrusal çizgi nede bir doğrusal alan üzerinde yer almamaktadır. Bu durumda "r=0" dir.

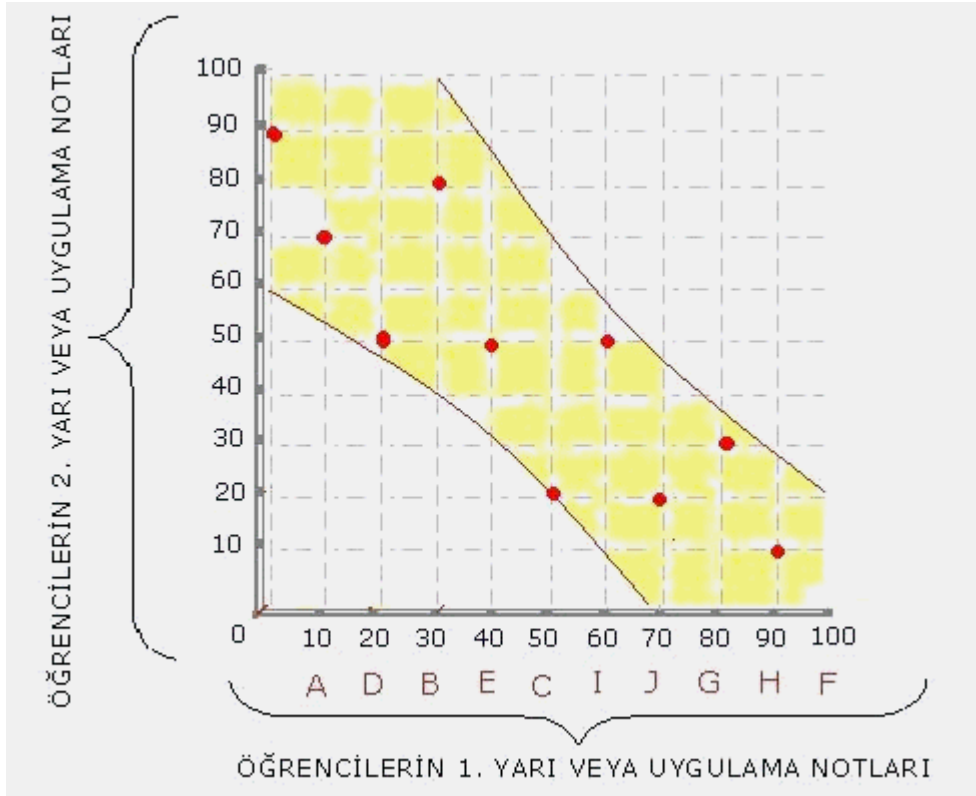
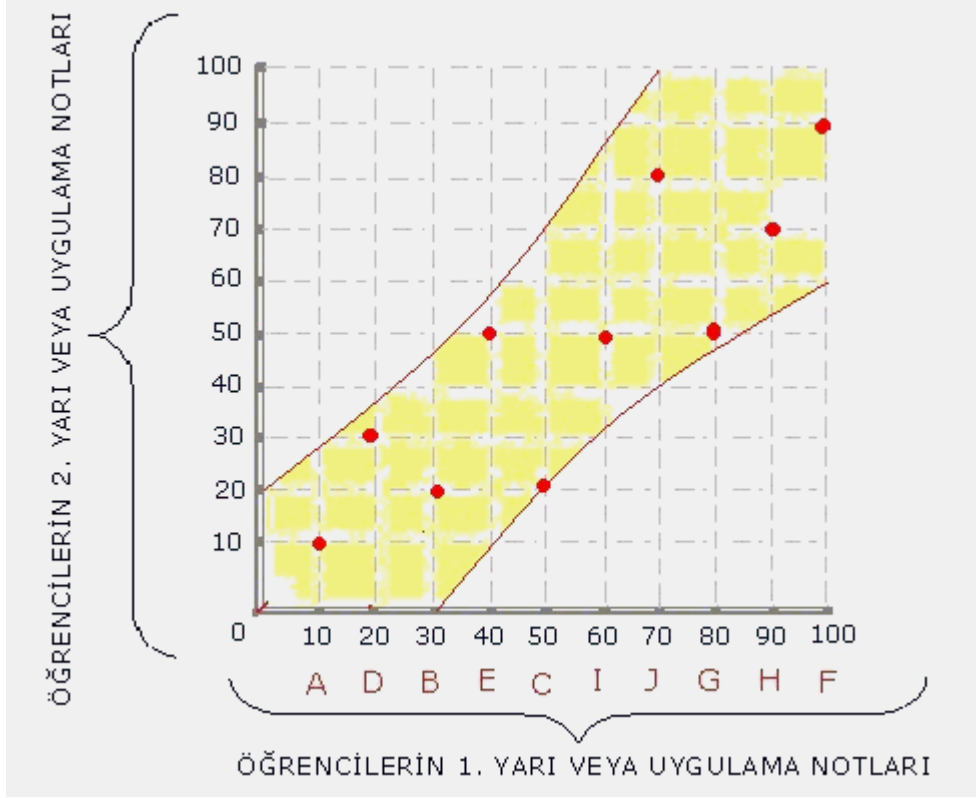
İlişki olmaması

| Öğrenci | 1. yarı 1.uygula. | 2. yarı 2.uygula. |
|---------|-------------------|-------------------|
| A | 10 | 20 |
| B | 30 | 10 |
| C | 50 | 20 |
| D | 20 | 40 |
| E | 40 | 50 |
| F | 100 | 60 |
| G | 90 | 80 |
| H | 90 | 60 |
| I | 60 | 50 |
| J | 70 | 60 |



Gerçek hayatta ancak bir şeyin kendisi ile olan ilişkisi mükemmeldir. Bunun dışında hiç bir ilişki mükemmel değildir. Ancak mükemmel yakın olabilir. Bizim test sonuçlarımız arasındaki ilişkide ne mükemmel pozitif nede mükemmel negatif çıkacaktır. Ancak ya pozitif benzer yada negatif benzer ilişkiler elde edebiliriz. Bu ilişkilerde dağılım yukarıdaki mükemmel pozitif ilişkiyi gösterir grafiğe yaklaştıkça pozitif ilişki derecesi yükselir uzaklaştıkça azalır. Aynı şey negatiflik içinde geçerlidir.

Aşağıdaki grafikler mükemmel olmayan pozitif veya negatif ilişki grafiklerine örnektir.



İlişkiyi hesaplamak için Pearson Çarpım Momentleri korrelasyon katsayısını değişik formüller kullanılarak hesaplayabiliriz.

(Formüller "<http://seamonkey.ed.asu.edu/~behrens/siip/eq.gal/corr.html>" adresinden alınmıştır.)

Formül 1. Ham puanların ortalamadan farkları & Standart sapma puanlarıyla korrelasyon katsayısı hesaplama

$$r = \frac{\sum xy - \frac{1}{n}(\sum x)(\sum y)}{(n-1)s_x s_y}$$

~~~~~

Formül 2. Ham puanların ortalamadan farkları ile korrelasyon katsayısı hesaplama

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{(\sum x^2)(\sum y^2)}}$$

~~~~~

Formül 3. Standart sapma ve Z puanları ile korrelasyon katsayısı hesaplama

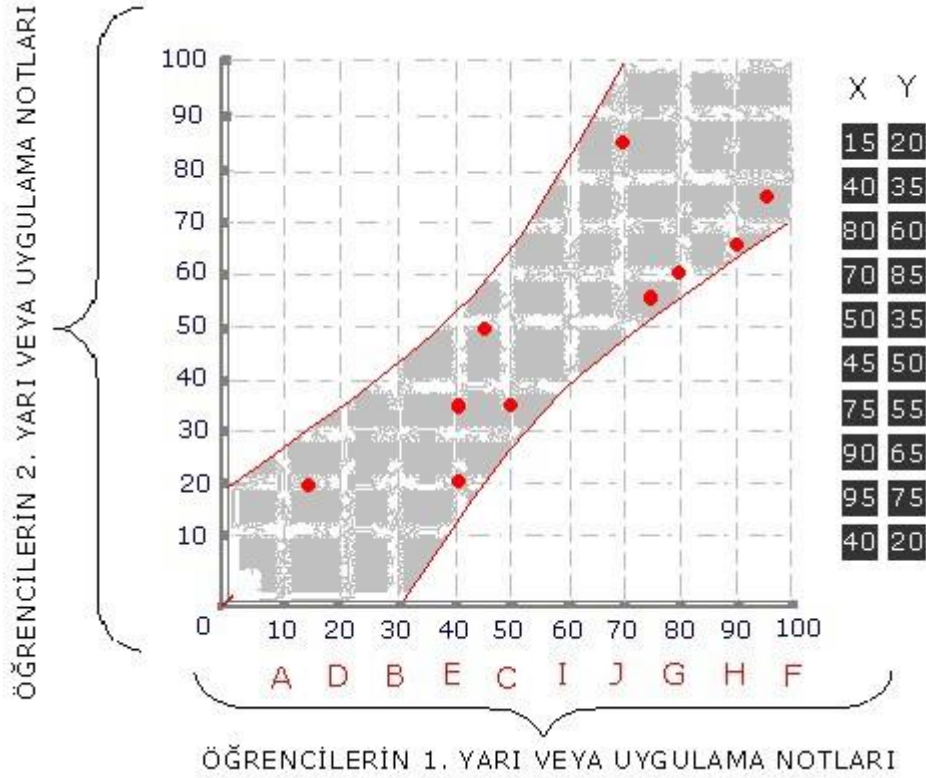
$$r_{xy} = \frac{\sum(Zx * Zy)}{n-1}$$

En kolay olan 2. formüldür sadece ham notların ortalamalardan farkları gerekmektedir. Bu formüller arcılığıyla ilişki (korrelasyon) katsayısı hesaplandıktan sonra Spearman Brown güvenilirlik (iki yarı) katsayısı formülü ile testimizin ne kadar güvenilir olduğunu hesaplayabiliriz.

Formül 4. Spearman Brown iki yarı güvenilirlik katsayısı formülü

$$r_{xx} = \frac{2r_{xy}}{1+r_{xy}}$$

Örnek; Bir testimizin iki yarı (tek sayılı sorular ve çift sayılı sorulardan alınan notlar) puanları aşağıdaki gibi bulunmuştur. Bu testimizin ilkin dağılım grafiği çizerek görsel olarak bir ilişki gözlenebiliyor mu veya hesaplamaya değer mi görelim.



Yukarıdaki dağılım grafiğinde de gözlemlendiği gibi pozitif bir ilişki olduğunu söyleyebiliriz. Fakat bu ilişkinin derecesini hesaplayarak bizim testimizin yeterli derecede güvenilir olup olmadığını ispat etmek zorundayız. Yukarıda tabloda verilen X ve Y ham değerleri (aynı öğrencilerin bir testin iki yarısından aldıkları notlar) kullanılarak ilişki katsayısı hesaplayalım.

| | X | Y | X-Xort | (X-Xort) ² | Y-Yort | (Y-Yort) ² | |
|---|----|----|--------|-----------------------|--------|-----------------------|------|
| | X | Y | x | x ² | y | y ² | x*y |
| A | 15 | 20 | -45 | 2025 | -30 | 900 | 1350 |
| B | 40 | 35 | -20 | 400 | -15 | 225 | 300 |
| C | 80 | 60 | 20 | 400 | 10 | 100 | 200 |
| D | 70 | 85 | 10 | 100 | 35 | 1225 | 350 |
| E | 50 | 35 | -10 | 100 | -15 | 225 | 150 |
| F | 45 | 50 | -15 | 225 | 0 | 0 | 0 |
| G | 75 | 55 | 15 | 225 | 5 | 25 | 75 |

| | | | | | | | |
|--------------------|------------|------------|----------|-------------|----------|-------------|-------------|
| H | 90 | 65 | 30 | 900 | 15 | 225 | 450 |
| I | 95 | 75 | 35 | 1225 | 25 | 625 | 875 |
| J | 40 | 20 | -20 | 400 | -30 | 900 | 600 |
| Toplam (Σ) | 600 | 500 | 0 | 6000 | 0 | 4450 | 4350 |
| N (öğrenci sayısı) | 10 | 10 | | | | | |
| Ortalama(Xort) | 60 | 50 | | | | | |

2. formülü kullanarak korrelasyon (ilişki) katsayısı hesaplayalım;

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{(\sum x^2)(\sum y^2)}}$$

$$r = \frac{4350}{5167,20}$$

$$r = 0,84$$

Critical values of Correlation Coefficient.

| n | Level of significance for two-tailed test | |
|----|---|----------|
| | P = 0.05 | P = 0.01 |
| 5 | 1.000 | - |
| 6 | 0.886 | 1.000 |
| 7 | 0.786 | 0.929 |
| 8 | 0.738 | 0.881 |
| 9 | 0.683 | 0.833 |
| 10 | 0.648 | 0.794 |
| 11 | 0.623 | 0.818 |
| 12 | 0.591 | 0.780 |
| 13 | 0.566 | 0.745 |
| 14 | 0.545 | 0.716 |
| 15 | 0.525 | 0.689 |
| 16 | 0.507 | 0.666 |
| 17 | 0.490 | 0.645 |
| 18 | 0.476 | 0.625 |
| 19 | 0.462 | 0.608 |
| 20 | 0.450 | 0.591 |
| 21 | 0.438 | 0.576 |
| 22 | 0.428 | 0.562 |

| | | |
|----|-------|-------|
| 23 | 0.418 | 0.549 |
| 24 | 0.409 | 0.537 |
| 25 | 0.400 | 0.526 |
| 26 | 0.392 | 0.515 |
| 27 | 0.385 | 0.505 |
| 28 | 0.377 | 0.496 |
| 29 | 0.370 | 0.487 |
| 30 | 0.364 | 0.478 |

Örnekler

Korelasyon

1. Yıllara göre Türkiye nüfusu (milyon) ve pancar üretimi (milyon ton) şu şekildedir:

| Yıl | Nüfus | Pancar Üretimi |
|------|-------|----------------|
| 1963 | 29,7 | 3,3 |
| 1967 | 32,7 | 5,3 |
| 1970 | 35,7 | 4,3 |
| 1973 | 38,1 | 5,1 |
| 1975 | 40,0 | 6,9 |
| 1978 | 43,1 | 8,8 |
| 1981 | 45,5 | 11,2 |
| 1982 | 46,7 | 12,7 |
| 1983 | 47,9 | 12,8 |
| 1984 | 49,1 | 11,1 |
| 1985 | 50,3 | 9,8 |
| 1986 | 51,5 | 10,7 |
| 1987 | 52,8 | 12,7 |
| 1988 | 54,2 | 11,5 |
| 1989 | 54,5 | 11,5 |

- Değişkenler arasındaki korelasyon katsayısını bularak yorumunu yapınız.
- Bağımlı değişken bağımsız değişkene hangi oranda bağlıdır?

2. Ülkemizde yıllar itibariyle kayıtlı kamyon sayısı (1000 adet) ile trafik kazalarında ölenlerin sayısı (1000 kişi) şöyledir:

| Yıl | Kamyon Sayısı | Ölenlerin Sayısı |
|------|---------------|------------------|
| 1983 | 190,3 | 5,2 |
| 1984 | 197,7 | 5,7 |
| 1985 | 205,5 | 5,5 |
| 1986 | 217,1 | 7,3 |
| 1987 | 225,9 | 7,7 |
| 1988 | 234,2 | 6,8 |
| 1989 | 241,4 | 6,4 |

- Değişkenler arasındaki korelasyon katsayısını bulunuz.
- Trafik kazalarındaki ölümlerde kamyon sayısının etkisi (% olarak) ne kadardır?

