

Merkeze yığılma ölçütleri bir serinin ortasını veya ortalama değerini gösteren ölçülerdir. Seri hakkında ortalama bir değer yargısına ulaşmak istediğimizde merkeze yığılma ölçülerinden faydalanabiliriz. Ortalama derken serideki değerleri tek bir rakamla ifade veya temsil etme yeteneği olan değerden bahsediyoruz. Başlıca merkeze yığılma ölçüleri "Aritmetik Ortalama", "Ortanca" (medyan), "Mod", "Geometrik Ortalama", "Harmonik Ortalama"dır. Aritmetik, Geometrik ve Harmonik Ortalama serinin tüm kıymetlerini içinde barındırır bu nedenle analitik ortalamalar olarak adlandırılır. Mod ve Medyan ise serinin tüm kıymetlerini barındırmazlar bu nedenle analitik değildirler.

### MERKEZE YIĞILMA ÖLÇÜLERİ

- ARİTMETİK ORTALAMA
- MOD
- MEDYAN/ORTANCA

ARİTMETİK ORTALAMA  $\bar{x} = \frac{\sum X}{N}$

Ham Puanlarda

Gruplanmış Puanlarda:  $\bar{x} = \frac{\sum f_i X_i}{N}$

Aritmetik ortalama puanların merkezini gösterir ve dağılım normal ise ortayı gösteren en iyi ölçü aritmetik ortalamadır.

Parametrik yani tüm puanlardan etkilenir.

Dağılım çarpık ise aritmetik ortalama yerine medyan yada mod tercih edilir.

Medyan aritmetik ortalamadan yüksek ise çoğunluk aritmetik ortalamadan yüksek puan almış demektir. Medyan aritmetik ortalamadan düşük ise çoğunluk aritmetik ortalamadan düşük not almıştır.

### MUTLAK BAŞARI YÜZDESİ

Puan/Sorusayısı\*100'dür.

Başarının ilk göstergesi aritmetik ortalamadır. Art. Ort. eşitse standart sapmaya bakılır. Soru sayısı verilmeyen durumlarda soru sayısı eşit kabul edilir. Verilen durumlarda mutlak başarı yüzdesi hesaplanır.

### MOD (TEPE DEĞERİ)

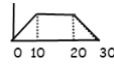
Ham Puanlarda: **Frekans En Yüksek olan Değerdir**

Gruplanmış Puanlarda: **Frekans En Yüksek olan Grupun Orta Noktasıdır.**

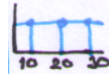
**Tek Modlu**



Çift mod varsa ancak ardışık iki değerse ve arada başka not yoksa her ikisi toplanır ikiye bölünerek mod hesaplanır ve tek mod bulunur



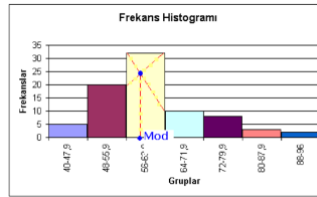
**Modsız Seri:** Her nottan aynı sayıda varsa mod yoktur.



**Çift Modlu:**



Aynı sayıda tekrarlanan iki not varsa ve ardışık değilse çift modludur. İkinci örnekte ise modun biri en küçük değeri en büyük değerdir.



### MEDYAN (ORTANCA)

Ham Puanlarda: **Büyükten küçüğe dizilmiş puanlardan tam ortaya düşendir.**  
Gruplanmış Puanlarda: **Toplam veri sayısının ortasına düşen not hangi gruptaysa o grubun orta noktasıdır.**

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

Çift sayıda veri olursa ortaya düşen 2 puanın ortalamasıdır.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$$5+6/2=5.5$$

Medyan Moda göre daha güvenilirdir.

Medyan uç notlardan etkilenmez ve her zaman çoğunluğun bulunduğu yerde yer alır.

### GEOMETRİK ORTALAMA

Tüm verilerin birbiriyle çarpımının veri sayısı cinsinden köküne eşittir

$$G.O = \sqrt[N]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot X_4 \cdot X_5 \dots X_n}$$

### HARMONİK ORTALAMA

Harmonik ortalama veri sayısının verilerin terslerinin (1/X) toplamına bölünmesiyle elde edilir.

$$H.O = \frac{N}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} + \frac{1}{X_4} + \dots + \frac{1}{X_n}} = \frac{N}{\sum \frac{1}{X}}$$



Örnek:

58, 60, 75, 77, 84, 64, 68, 72, 89, 42, 60, 68, 71, 62, 80, 53, 60, 91, 51, 60, 68, 71, 63, 83, 58, 61, 53, 60, 68, 71, 85, 74, 83, 84, 70, 73, 68, 72, 59, 62, 75, 77, 68, 71, 68, 72, 40, 59, 75, 77, 74, 77, 88, 62, 74, 76, 64, 63, 76, 79, 80, 64, 74, 77, 76, 65, 59, 61, 76, 78, 85, 65, 68, 72, 59, 61, 76, 79, 85, 65, 70, 73

Yukarıdaki Verilerle aritmetik ortalama, mod, medyan (gruplanmış ve açık seri için) hesaplayınız.

Normal nedir?

Normal kelimesi bir çok şekilde anlatılabilir.

- Normal demek aykırı olmayan demektir.
- Normal demek beklenen demektir.
- Normal demek sıradan, her yerde olan anlamına gelir.
- Normal demek anormal olmayan anlamına gelir.

Normal nitelikler için ortalama değeri ifade eder. Ne uzun, ne kısa, ne şişman, ne zayıf. Ortalama. Normal bir ölçüt bir kıstastır. Bir değişken için normalin ne olduğunu bilirsek neyin anormal olduğunu belirleyebiliriz.

Normal Dağılım nedir?

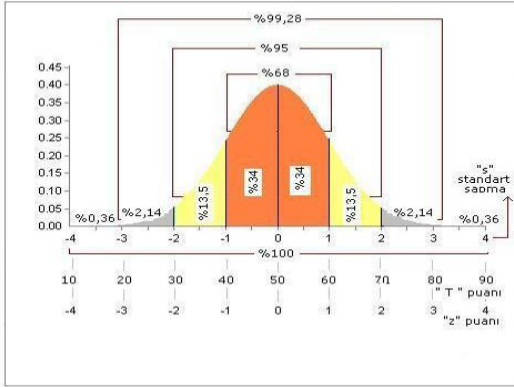
İnsanlar uzun zaman boyunca nitelikler konusunda anlaşma sorunu yaşamışlardır. Bazen hala yaşanmaktadır. Kimisinin uzun diye nitelendirdikleri bir diğerine kısa gelmektedir. Kimisine göre zayıf olan bir diğerine şişman gelmektedir.

Ülkemizde 1,70m ortalama bir erkek boyu anlatırken, Amerika da bu ölçü kısa boylu erkekler için kullanılmaktadır. Gerek kişisel gerek bölgesel değerlerin farklı olması nedeniyle nitelikler konusunda farklı değerlendirmeler yapılabilmektedir.

Sorunsuz anlaşabilmek için evrensel bir normal kriterine ihtiyaç vardır. Bilim adamları uzun süre bu kriteri düşünmüşlerdir. Sonunda evrensel normalin bir niteliğin evrensel değerlerinin dağılımı olduğu hususunda anlaşmışlardır. Çünkü hangi nitelik için evrensel değerlerin dağılım grafiğini çizerseniz standart bir eğri elde edilmektedir. Bu eğriye normal dağılım eğrisi, grafiğe normal dağılım grafiği demektir. Evrenin normal eğrisi simetriktir. Popülasyonun (Yığın) ortalaması " $\mu$ " (mu) sembolü ile popülasyonun standart sapması " $\sigma$ " (sigma) sembolü ile gösterilir. Altta şekilde ortalaması " $\mu=52$ ", standart sapması " $\sigma=12$ " olan dizi için normal dağılım eğrisi gösterilmektedir.

Standart sapma tüm değerlerin aritmetik ortalamadan olan farklarının kareleri toplanarak örneklem sayısının bir eksiğine bölünerek hesaplanır.

## NORMAL DAĞILIM EGRİSİ - GAUSS EGRİSİ



- Evrenin normalini temsil eder. Doğada her nitelik bu şekilde dağılmıştır.
- Simetrikdir. Her simetrik dağılım normal değildir.
- '-3' ile '+3' standart sapma arası dağılımın %99'unu temsil eder.

## STANDART PUANLAR

Bir öğrencinin sapmasını sınıfın sapmasına bölerek öğrencinin bağlı dağılımdaki yerini bulur ve yorumlarız ☺

İki formül vardır birisi 'z' diğeri 'T' formülüdür. Her ikisi de Yukarıdaki normal dağılımda birer cetvel işlevi görür.

$$z = \frac{X - \bar{X}}{S} \quad T = 10 \cdot z + 50$$

	Test 1	Test 2	Test 3
Ortalama	70	50	6
Standart Sapma.	10	5	2
Aydan	80	60	4
Melahat	60	70	6
Derya	90	50	3
Mustafa	60	60	8

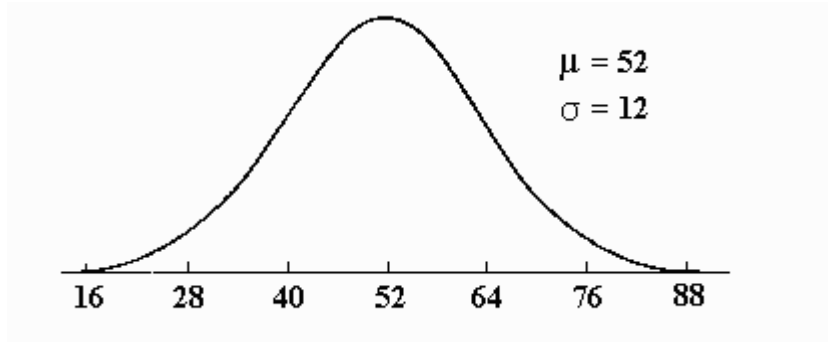
• Bu puanlar Matematik dersinde alınan puanlar ve tüm testler eşit ağırlıkta olsaydı en başarılı öğrenci hangisi olurdu?

• Test 1 vize notu ve %30 ağırlıklı, Test 2 ödev notu ve %20 ağırlıklı ve Test 3 final notu ve %50 ağırlıklı olsaydı en başarısız öğrenci hangi öğrenci olurdu?

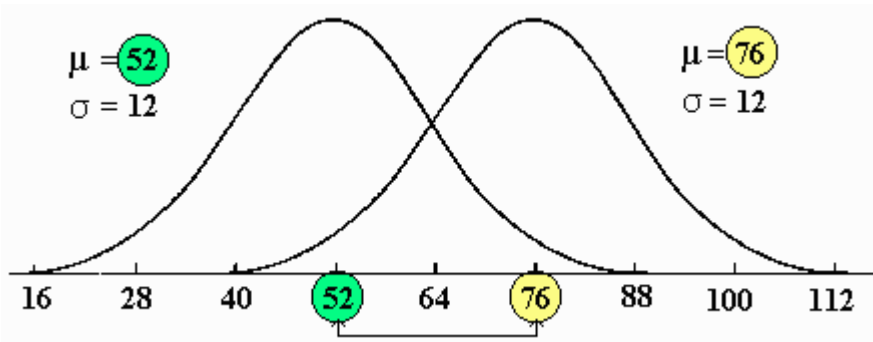
• Aydan'ın Test 1'de gösterdiği başarı ile Test 2'de gösterdiği başarıyı kıyaslayınız ve % olarak farkını ifade ediniz.

• Mustafa hangi testte daha başarılıdır?

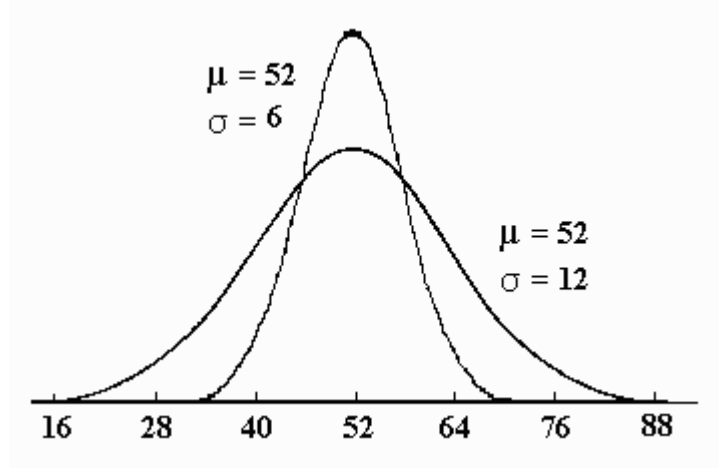
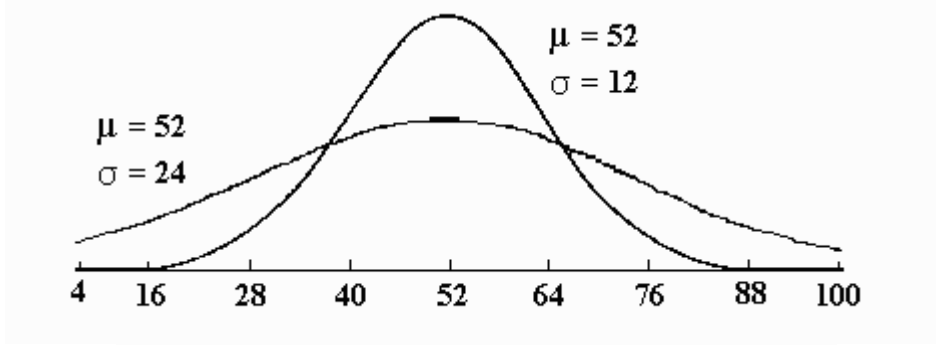
• Melahat Test 3'te sınıfın yaklaşık yüzde kaçından daha başarılıdır?



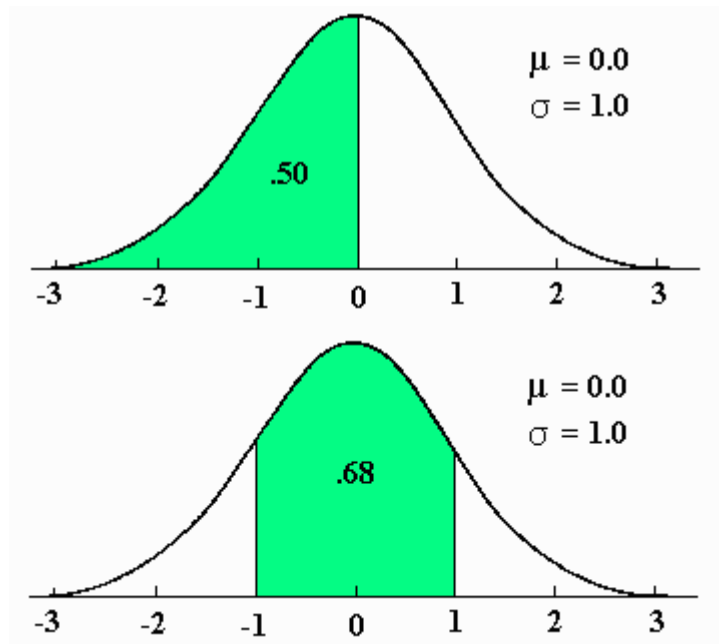
Standart sapma aynı olmak şartıyla ortalama değıştikçe eğri bozulmadan sadece sağa sola hareket edebilir. Örnek;

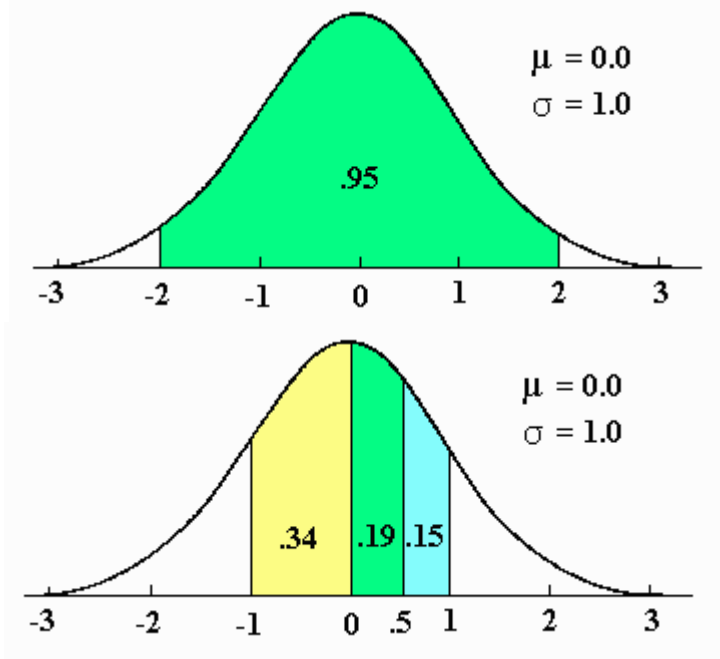


Aritmetik ortalama değişmeden standart sapma değiştikçe eğrinin yayvanlığı ve dikliği değiştir.



Normal dağılımın standart sapma dilimleri arasına dűşen örneklemler oranları da hesaplanmıştır. Ortalaması ve standart sapması hesaplanan her dizi not için bu yűzdeleler asla değiştir.





### "Normal Dağılım" Neden Önemlidir?

Normal dağılım önemlidir çünkü daha önce anlattığımız değişkenler arası ilişkilerin güvenilirliğini hesaplamada kullanılır. Bir çok test istatistiğinin dağılımı normaldir veya normal dağılımdan elde edilebilecek bir yapısı vardır (ilişkilidir). Bu anlamda, felsefi açıdan ifade etmek gerekirse, normal dağılım "gerçeğin genel doğası hakkında temel doğruları" temsil eder. ( the Normal distribution represents one of the empirically verified elementary "truths about the general nature of reality,") Bizde elde ettiğimiz istatistiki bilgilerin normal dağılım üzerindeki izdüşümlerini inceleyerek sonucun ne kadar olası olduğu hakkında bilgiler ediniriz.

Normal dağılımın karakteristik özelliklerinden birisi  $+1/-1$  standart sapma aralığına puanların %68'inin düşmesidir.  $+2/-2$  standart sapma aralığına puanların %95'i düşer. Bir diğer deyişle, normal dağılımda, standart hale getirilmiş bir puanın  $+2$  ile  $-2$  aralığı dışında bir yer alması %5 veya daha az bir ihtimaldir. Standart puan derken "z" veya "T" puanından bahsediyoruz. Aşağıdaki animasyon standart "z" puanıyla olasılık ilişkisini göstermektedir. "z=-4 için p=0.0001" dir çünkü normal dağılımda  $+/-4$  standart sapma aralığına puanların %99.99'u girer.

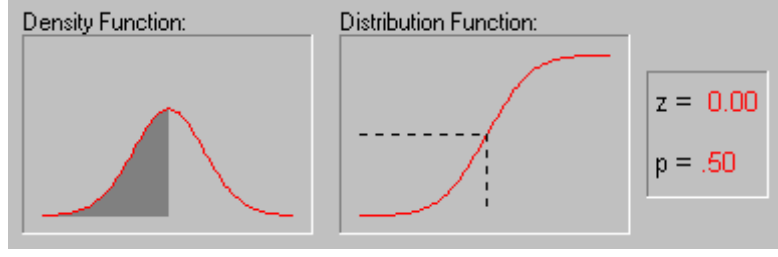
"z=0 için p=.50" dir.

"z=-0.67 için p=.25" dir.

"z=-1,28 için p=.10" dur.

"z=-1,65 için p=.05" dir.

"z=-2,33 için p=.01" dir.



Dağılım her zaman simetrik çıkmayabilir. Tam simetrik bir dağılım için Aritmetik Ortalama, Mod ve Medyan birbirine eşittir. Simetrik olmayan dağılımlar için bir sola yatıklık bir de sağa yatıklık söz konusu olabilir.

Simetrik dağılım,  $Mod=Ortanca=A.Ortalama$ dır.

Bernoulli, Binomial, Poisson Dağılımları

Değişken değerleri istenen ve istenmeyen, başarılı başarısız, veya başka iki kategoriden oluşacak şekilde iki değerden birini alabiliyorsa bu tür değişkenlerde dağılım ölçüsü olarak Bernoulli, Binomial veya Poisson dağılımı kullanılır (Ergün, 1995). Yani bu dağılımlar iki sınıflı evrenlerden alınacak örneklemeler üzerinde uygulanabilir.

Binomial dağılım Bernoulli dağılımın genel halidir (Çil, 1994). Bu dağılımlarda iki tür parametre vardır, iki alternatiften birinin meydana gelmesi ihtimaline "p" diyoruz, gelmeme ihtimali ise  $1-p$ 'dir, buna da "q" diyoruz. Bu dağılımlarda diğer parametrede varyans'tır ve varyans " $p \cdot q$ " dur.

Poisson dağılım ise "p" nin çok küçük değerler alabileceği durumlarda kullanılır. Yazı tura atarken yazı veya tura gelme olasılığı  $1/2$  veya %50'dir ve ihtimal oldukça yüksektir. Zar atışında da  $1/6$ 'dır. Ancak bir zaman periyodu içerisinde deprem olma ihtimali veya bir sigortacı şirketinde hayat sigortası yaptıranların içinde ölme ihtimali çok çok daha küçük olasılıklardır. Bu gibi düşük ihtimalli değişkenlerde poisson dağılımı kullanılır.

Bu dağılımlar daha çok parametrik olmayan testlerde kullanılır.

Standart Puanlar Örnekler

	Türkçe	Fen Bilgisi	Sosyal	Matematik
A Öğrencisi	90	45	45	40
B Öğrencisi	70	60	60	60
C Öğrencisi	80	75	60	75
X	75	60	40	60
s	10	15	10	5

Aşağıdaki örneği ödev olarak çözünüz.

	Test 1	Test 2	Test 3
Ortalama	6	70	50
Standart Sapma.	2	10	5
Mehmet	3	90	50

Salih	8	60	60
Metin	4	80	60
Meryem	6	60	70

- Bu puanlar Matematik dersinde alınan puanlar ve tüm testler eşit ağırlıkta olsaydı en başarılı öğrenci hangisi olurdu? (4 puan)
- Test 1 vize notu ve %30 ağırlıklı, Test 2 ödev notu ve %20 ağırlıklı ve Test 3 final notu ve %50 ağırlıklı olsaydı en başarısız öğrenci hangi öğrenci olurdu? (6 puan)
- Metin'in Test 1'de gösterdiği başarı ile Test 2'de gösterdiği başarıyı kıyaslayınız ve % olarak farkını ifade ediniz. (4 puan)
- Salih hangi testte daha başarılıdır? (2 puan)
- Meryem Test 3'te sınıfın yaklaşık yüzde kaçından daha başarılıdır? (4 puan)